EX 18:

1) $k=B*C \Rightarrow z_k=\frac{z_B+z_C}{2}$

$\Rightarrow k=\frac{b+c}{2}$

• $r_{(A,\frac{\pi}{2})}(C)=C' \Rightarrow z_{C'}=e^{i\frac{\pi}{2}}(z_C-z_A)+z_A$

$\Rightarrow c'=i(c-0)+0 \Rightarrow c'=i.c$

• $r_{(A,-\frac{\pi}{2})}(B)=B' \Rightarrow b'=e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-0)+0$

$\Rightarrow b'=-i.b$

2) $AK \neq 0$ et $B'C' \neq 0$ d'où il existe une unique similitude directe f tels que :

$f(A)=B'$ et $f(K)=C'$

3) a) $f : M(z) \mapsto M'(z')$

tel que : $z'=\alpha.z+\beta \qquad (\alpha,\beta) \in \mathbb{C}^2$

$f(A)=B' \Rightarrow z_{B'}=\alpha.z_A+\beta \Rightarrow \beta=b' \Rightarrow \beta=-i.b$

$f(K)=C' \Rightarrow c'=\alpha.k+\beta \Rightarrow \alpha.k=ic+ib$

$\Rightarrow \alpha\left(\frac{b+c}{2}\right)=i(b+c) \Rightarrow \alpha=2i$

la forme complexe de f :

$z'=2i.z-i.b$

$|2i|=2$, $Arg(2i) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$

$\frac{-ib}{1-2i}=(2-i)\frac{b}{5}$

f est la similitude directe de centre ω d'affixe $(2-i)\frac{b}{5}$

de rapport 2 d'angle $\frac{\pi}{2}$

$f=h_{(\omega,2)} \circ r_{(\omega,\frac{\pi}{2})}=r \circ h$

b) $f(A)=B'$ et $f(K)=C' \Rightarrow \left(\overrightarrow{AK},\overrightarrow{B'C'}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$

d'où $(AK) \perp (B'C')$

EX19 :

1) • $1+\frac{1}{\varphi}=1+\frac{2}{\sqrt{5}+1}=1+\frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5})^2-1}$

$=1+\frac{2(\sqrt{5}-1)}{4}=1+\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\varphi$

• $\frac{CF}{CD}=\frac{BC-BF}{CD}=\frac{BC}{CD}-\frac{BF}{CD}=\varphi-\frac{AB}{CD}$

$=\varphi-1=\frac{1}{\varphi}$ d'où $\frac{CD}{CF}=\varphi$

2) $\begin{cases} f(A)=D \\ f(D)=C \end{cases}$

$\frac{DC}{AD}=\frac{1}{\varphi}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

$\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{DC}\right) \equiv \left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}\right)+\pi(2\pi)$

$\equiv \frac{\pi}{2}+\pi(2\pi) \equiv \frac{-\pi}{2}$

d'où f est de rapport $\frac{1}{\varphi}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ d'angle $(-\frac{\pi}{2})$

3) soit $C'=f(C)$ on a $C=f(D)$

$\Rightarrow \left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{C'C}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}(2\pi)$ et $CC'=\frac{1}{\varphi}.CD$

$\Rightarrow \begin{cases} \left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{C'C}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}(2\pi) \\ \frac{CD}{CC'}=\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C' \in [CB) \\ \frac{CD}{CC'}=\varphi \end{cases}$

$\Rightarrow C'=F$ d'où $f(C)=F$

4) soit Ω le centre de f .

$f \circ f$ est une similitude directe de centre Ω

de rapport $\frac{1}{\varphi^2}$ d'angle π

$\Rightarrow f \circ f$ est une homothétie de centre Ω

$f \circ f(A)=f(D)=C \Rightarrow \Omega \in (AC)$

$f \circ f(D)=f(C)=F \Rightarrow \Omega \in (DF)$

d'où $\{\Omega\}=(AC) \cap (DF) \Rightarrow \Omega=O$

d'où f est de centre O

5) $f(A)=D$ et $f(C)=F \Rightarrow (AC) \perp (DF)$ car

f est d'angle $\frac{-\pi}{2}$

montrons que $f(F)=G$

l'image de la droite (CF) par f est la droite passant par $f(C)=F$ et qui lui est perpendiculaire

$\Rightarrow f((CF))=(FE)$

de meme $f((DF))=(CA)$

$(CF) \cap (DF)=\{F\}$

$\Rightarrow (FE) \cap (CA)=\{f(F)\}$

$\Rightarrow f(F)=G$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn